

2022年研究生入学考试

高等数学(微积分)基础班习题课

2021年2月

关注微信公众号：【大开研界】
客服微信号：kaoyan4884
考研人的家园

第一部分 函数、极限与连续

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

1、设 $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = e^{2x-1} - e^{-x}$, 则 $f[g(x)] =$

$$f[g(x)] = \begin{cases} -1, & g(x) < 0 \\ 0, & g(x) = 0 \\ 1, & g(x) > 0 \end{cases} = \begin{cases} -1, & x < \frac{1}{3} \\ 0, & x = \frac{1}{3} \\ 1, & x > \frac{1}{3} \end{cases}$$

关注微信公众号：【大开眼界】
 客服微信号：kaoyan4884

2、设 $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$ -2

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$3、 I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{x^2} - 1)(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})}{[\ln(1-x) + \ln(1+x)] \sin \frac{x}{1+x}} = -1$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
 客服微信号：kaoyan4884

$$4、 I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{2}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^{x \cos \sqrt{\frac{x+1}{x^2}}} = e^2$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$5、 I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[6]{x^6 + x^5} - \sqrt[6]{x^6 - x^5} \right) = \frac{1}{3}$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$6、 I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x^2 - 2(1 - \cos x) \sin x}{x^4} = 0$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$7、 I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \sqrt{\cos x})(1 - \sqrt[3]{\cos x}) \cdots (1 - \sqrt[n]{\cos x})}{(1 - \cos x)^{n-1}} = \frac{1}{n!}$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$8、 I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{x^2} + x^3 \right)^{\frac{1}{x^2}} = e$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$9、 I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{x^2}^x \frac{\sin xt}{t} dt}{x^2} = 1$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$10、 I = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(2^{\frac{1}{x}} - 2^{\frac{1}{x+1}} \right) = \ln 2$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

11、设 $a > 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + x)^{x^a} = 1$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$12、数列极限 $I = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\arctan \frac{2}{n} - \arctan \frac{2}{n+1} \right) = 2$$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

$$13、 I = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^{\frac{n}{2}} - \sqrt{e} \right] = -\frac{\sqrt{e}}{4}$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

14、设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1+x+\frac{f(x)}{x}\right)}{x} = 3$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 2$

关注微信公众号：【大开研界】
客服微信号：kaoyan4884

$$15、\text{ 设 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) + xf(x)}{x^2} = 0, \text{ 则 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = \frac{1}{2}$$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

16、设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 连续，且 $f(1)=1$ ，且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2 + f(x^{\frac{1}{x}})) = \ln 3$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

17、设 a, b 为常数，且 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{1-x^6} - ax^2 - b) = 0$ ，则 $a =$ ， $b = -1, 0$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

18、设 a, b, p 为非零常数，则
$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + be^{\frac{1}{x}}}{a - be^{\frac{1}{x}}} \cdot \frac{\sin px}{|x|} = -p$$

19、设 $x_0 = 0$, $x_n = \frac{1 + 2x_{n-1}}{1 + x_{n-1}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

20、设 $f(x)$ 连续，当 $x \rightarrow a$ 时， $f(x)$ 是 $x-a$ 的 n 阶无穷小，则

当 $x \rightarrow a$ 时 $\int_a^x f(t)dt$ 是 $x-a$ 的 $n+1$ 阶无穷小.

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

21、已知当 $x \rightarrow 0$ 时 $F(x) = \int_0^{x-\sin x} \ln(1+t) dt$ 是 x^n 的同阶无穷小，

则 $n = 6$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

23、设 $f(x) = \begin{cases} 6, & x \leq 0 \\ \frac{e^{ax^3} - 1}{x - \arcsin x}, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} \frac{3 \sin(x-1)}{x-1}, & x < 1 \\ e^{bx} + 1, & x \geq 1 \end{cases}$,

若 $f(x) + g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续, 则 $a =$, $b =$. $-1, \ln 2$

关注微信公众号：【大开研界】
 客服微信号：kaoyan4884

24、设 $f(x) = \frac{e^x - b}{(x-a)(x-b)}$ 有无穷间断点 $x = e$, 可去间断点 $x = 1$,

则 $(a, b) = (1, e)$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

25、设 $f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + x^2 e^{nx}}{1 + e^{nx}}$, 则 $f(x)$ 的连续区间是 $(-\infty, +\infty)$

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

121、设有下列命题

(1) 数列 $\{x_n\}$ 收敛，则 $\{x_n\}$ 有界。

(2) 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_{n+l} = a$ ，其中 l 为某个确定的正整数。

(3) 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = a$ 。

(4) 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \exists \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = 1$ 。

答案：C

则以上命题中正确的个数是

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

122、设 $1 < a \leq e^e$, $x_1 = a, x_2 = a^{x_1}, \dots, x_n = a^{x_{n-1}}, \dots$, 则

(A) 数列 $\{x_n\}$ 单调增, 但是没有极限.

(B) 数列 $\{x_n\}$ 单调增, 且有极限.

(C) 数列 $\{x_n\}$ 单调减, 但是没有极限.

(D) 数列 $\{x_n\}$ 单调减, 且有极限.

答案: B

123、有下列命题：设 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 不 \exists , $\lim_{x \rightarrow a} h(x)$ 不 \exists .

(1) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)]$ 不 \exists . (2) $\lim_{x \rightarrow a} [g(x) + h(x)]$ 不 \exists .

(3) $\lim_{x \rightarrow a} [h(x)g(x)]$ 不 \exists . (4) $\lim_{x \rightarrow a} [g(x) + f(x)]$ 不 \exists .

则以上命题中正确的个数是

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

答案：B

124、设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x-1)}{(x-1)(x-2)}, & x \in (1, 2) \cup (2, +\infty) \\ 0, & x = 2 \end{cases}$ 则 $f(x)$

答案：B

- (A) 在区间(1,2)有界. (B) 在区间(2,+∞)有界.
(C) 在区间(1,+∞)有界. (D) 在区间(1,2)和 (2,+∞)都无界.

125、 下列命题中正确的是

(A) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \Rightarrow \exists \delta > 0$, 当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时 $f(x) \geq g(x)$.

(B) 若 $\exists \delta > 0$ 使得当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时 $f(x) > g(x)$ 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A_0$,

$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = B_0$ 均 \exists , 则 $A_0 > B_0$.

答案：D

(C) 若 $\exists \delta > 0$ 使得当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时 $f(x) > g(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

(D) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \Rightarrow \exists \delta > 0$, 当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时 $f(x) > g(x)$.

126、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2(\pi\sqrt{n^2 + n}) =$ 答案：A

- (A) 1. (B) $\frac{3}{4}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{4}$.

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

127、当 $n \rightarrow \infty$ 时， $e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 与 An^{-p} 为等价无穷小，则

答案：B

(A) $A = \frac{e}{3}, p = 1.$

(B) $A = \frac{e}{2}, p = 1.$

(C) $A = \frac{e}{3}, p = 2.$

(D) $A = \frac{e}{2}, p = 2.$

128、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + n + 1} + \frac{2}{n^2 + n + 2} + \dots + \frac{n}{n^2 + n + n} \right) =$

- (A) 3. (B) 2. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{2}$. **答案：D**

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

129、 $f(x) = \frac{\sin \pi x}{x-1} e^{(x-1)^3}$, 则当 $x \rightarrow 1$ 时有

答案：D

(A) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\pi$. (B) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.

(C) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$. (D) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 不存在, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq \infty$.

$$130、 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(xe^x) - e^{-\frac{x^2 e^{2x}}{2}}}{x^4} =$$

(A) 0.

(B) $-\frac{1}{6}$.

(C) $-\frac{1}{8}$.

(D) $-\frac{1}{12}$.

答案：D

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

131、若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \sqrt{\cos 2x}}{x^k} = a \neq 0$, 则 **答案：D**

(A) $k = 2, a = 1.$

(B) $k = -2, a = -1.$

(C) $k = 2, a = -2.$

(D) $k = 2, a = -1.$

132、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{(1 - \cos x) \sin^2 x} =$

- (A) 1. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) 0.

答案：C

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

133、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}}{e^x} =$

答案：D

- (A) 0. (B) $e^{-\frac{1}{4}}$. (C) $e^{\frac{1}{3}}$. (D) $e^{-\frac{1}{2}}$.

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

134、已知 $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{x^2 - 2x}}{x^2} = 2$, 则 答案: A

(A) $a = 5, b = -2.$

(B) $a = -2, b = 5.$

(C) $a = 2, b = 0.$

(D) $a = 3, b = -3.$

135、 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x - (\sin x)f(x)}{x^3} = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 - f(x)}{x^2} =$

(A) 0.

(B) 35.

(C) 36.

(D) ∞ . **答案：B**

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

136、下列各题计算过程中正确无误的是

答案：D

(A) 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\ln n)'}{(n)'} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

(B) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{3x^2 - 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi \cos \pi x}{6x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\pi^2 \sin \pi x}{6} = 0$.

(C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}}{\cos x}$ 不存在.

(D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} = \infty$.

137、当 $n \rightarrow \infty$ 时，数列 $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - e$ 是 $\frac{1}{n}$ 的

(A) 高阶无穷小

(B) 低阶无穷小

(C) 等价无穷小

(D) 同阶但非等价无穷小

答案：D

关注微信公众号：【大开研界】
客服微信号：kaoyan4884

138、当 $x \rightarrow 0$ 时下列无穷小中阶数最高的是

(A) $(1+x)^{x^2} - 1$.

(B) $e^{x^4-2x} - 1$.

答案：C

(C) $\int_0^{x^2} \sin t^2 dt$.

(D) $\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}$.

139、当 $x \rightarrow a$ 时 $f(x)$ 与 $g(x)$ 分别是 $x - a$ 的 n 阶与 m 阶无穷小，则下列命题

(1) $f(x)g(x)$ 是 $x - a$ 的 $n+m$ 阶无穷小.

(2) 若 $n > m$, 则 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 是 $x - a$ 的 $n-m$ 阶无穷小.

答案：C

(3) 若 $n \leq m$, 则 $f(x)+g(x)$ 是 $x - a$ 的 n 阶无穷小.

(4) 若 $f(x)$ 连续, 则 $\int_a^x f(x)dx$ 是 $x - a$ 的 $n+1$ 阶无穷小. 中, 正确的个数是

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

140、设 $f(x) = \int_0^x te^{\sin t} dt$ ，则当 $x \rightarrow 0$ 时， $f(x)$ 为无穷小 x 的阶为

- (A) 一阶. (B) 二阶. (C). 三阶 (D). 四阶

答案：B

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

141、以下函数 $f[g(x)]$ 以 $x=0$ 为第二类间断点的是

$$(A) f(u) = \ln(1+u^2), g(x) = \begin{cases} \sin^2 x + (x+1)^2, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$(B) f(u) = \begin{cases} 1-u, & u \leq 0 \\ u^2 + 1, & u > 0 \end{cases}, g(x) = 2\cos x - 1$$

$$(C) f(u) = \begin{cases} \frac{\ln(1-u^2)}{u} \sin \frac{1}{u}, & u < 0 \\ 1 - \cos \sqrt{u}, & u \geq 0 \end{cases}, g(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x + \frac{\pi^2}{4}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$(D) f(u) = e^{u^2} + 1, g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

答案：D

142、设 $f(x) = \frac{1}{\arctan \frac{x-1}{x}}$, 则

答案：C

- (A) $x=0$ 与 $x=1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点..
- (B) $x=0$ 与 $x=1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点..
- (C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点, $x=1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点.
- (D) $x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点, $x=1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点.

143 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，且 $f(x)$ 在 x_0 间断，

则在 x_0 处必定间断的函数是

(A) $f(x)\sin x$.

(B) $f(x) + \sin x$.

(C) $f^2(x)$.

(D) $|f(x)|$.

答案：B

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

144、“ $f(x)$ 在 x_0 点连续”是 $|f(x)|$ 在 x_0 点连续的

- (A) 充分条件，但不是必要条件.
- (B) 必要条件，但不是充分条件.
- (C) 充分必要条件
- (D) 既非充分也非必要条件

答案：A

关注微信公众号：【大开研界】 考研人的家园
客服微信号：kaoyan4884

设 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 连续, 则“ $\exists x_n \in [a, +\infty)$, 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$ 且

$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = +\infty$ ”是 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 无界的

(A) 充分非必要条件.

(B) 必要非充分条件. **答案：C**

(C) 充要条件

(D) 既非充分也非必要条件